مجله پژوهش‌های برنامه‌ریزی و سیاستگذاری انرژی
سال یکم، شماره ۱، بهار ۱۳۹۲، صفحات ۲۸-۵

پیش‌بینی بلندمدت سهم بهینه انرژی‌های تجدیدپذیر از کل انرژی در قالب یک الگوی رشد پایدار: مورد ایران (۱۳۸۷-۱۴۲۰)

علی‌حسین استادزاد
دانشجوی دکتری اقتصاد انرژی دانشگاه شیراز
aostadzad@yahoo.com

در دوران اخیر اهمیت توسعه استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر و جایگزینی انرژی‌های فسیلی با این نوع انرژی بر هیچ محقق و دولتی پوشیده نیست. هدف اصلی این تحقیق توسعه نظری یک الگوی رشد تعمیم یافته با تفکیک انرژی به انرژی‌های فسیلی و تجدیدپذیر می‌باشد. پس از حل الگوی نظری بسط داده شده و بررسی نتایج حاصل از الگو، سهم انرژی‌های تجدیدپذیر از کل انرژی در طول زمان برای دوره (۱۴۲۰ – ۱۳۸۷) پیش‌بینی شده است. با توجه به محاسبات صورت گرفته، سهم بهینه برق تولیدی از منبع انرژی‌های فسیلی برای اقتصاد ایران در سال ۱۴۲۰ باید ۵۱ درصد و سهم انرژی‌های تجدید پذیر ۴۹ درصد از کل برق تولیدی می باشد. این در حالی است که با توجه به داده‌های سال ۱۳۸۷ تنها ۲ درصد از برق تولیدی توسط منابع انرژی تجدیدپذیر تولید می‌شود و ۹۸ درصد از برق توسط انرژی‌های فسیلی تولید می‌شود. به منظور برنامه‌ریزی جهت رسیدن به درصد بهینه محاسبه شده در این تحقیق، تولید انرژی‌های تجدیدپذیر باید سالانه رشدی معادل با ۳/۳ درصد داشته باشد.

واژه‌های کلیدی: *انرژی‌های تجدید پذیر، الگوی تعمیم یافته رشد درون زا، سهم بهینه منابع، اقتصاد ایران.*

*** تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۲/۲** **تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/٤/۲**

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

۱. مقدمه

استفاده از انرژی در تمام مراحل تولید لازم و ضروری می باشد و بدون مصرف انرژی امکان تولید وجود ندارد. بنابراین الگوهای رشد اقتصادی که نقش انرژی را بر رشد اقتصادی نادیده گرفته اند، کامل نمی‌باشند. بسیاری از تحقیقات در مورد انرژی و رشد اقتصادی چگونگی تاثیر رشد اقتصادی بر روی مصرف انرژی را بیان می‌کنند و تاثیر انرژی بر رشد محصول کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین می توان بیان کرد، در بسیاری از الگو های اصلی رشد اقتصادی، انرژی به عنوان یک عامل تاثیر گذار بر رشد اقتصادی در نظر گرفته نشده است.

با توجه به اهمیت و نقش انرژی در رشد، در این مطالعه در ابتدا انرژی به عنوان یک نهاده تولید در نظر گرفته شده است که می تواند رشد اقتصادی را تحت تاثیر قرار دهد. همچنین فرض شده است که انرژی توسط دو منبع انرژی‌های فسیلی و انرژی‌های تجدیدپذیر تولید شود. در هیچ مطالعه‌ای فرض تولید انرژی از انرژی‌های تجدیدپذیر و فسیلی به تفکیک در الگوهای رشد وجود ندارد و این نکته نوآوری نظری این مطالعه می‌باشد. از طرفی در بخش تولید کالاهای نهایی انرژی به صورت یک نهاده تولید می‌باشد. فرض دیگر این الگو این است که مصرف در طول زمان مطلوبیت فرد را افزایش می‌دهد. همچنین مصرف انرژی‌های فسیلی باعث کاهش منابع انرژی فسیلی می گردد. تهونون[1] بیان می دارد که با کاهش منابع فسیلی هزینه های استخراج و در نتیجه آن قیمت انرژی‌های تجدید ناپذیر افزایش می یابد. اما نتایج مطالعه آپرگیس[2] (۲۰۰۹) نشان دهنده این موضوع است که قیمت انرژی‌های فسیلی هیچ رابطه معناداری با سطح منابع انرژی‌های فسیلی ندارد. بلکه تحولات سیاسی جهانی و شوک‌های سیاسی عامل تعیین کننده قیمت انرژی‌های فسیلی است، بنابراین درونزا در نظر گرفتن قیمت انرژی‌های فسیلی غیر واقعی است و همواره قیمت انرژی‌های فسیلی با توجه به عوامل سیاسی و برونزا تعیین می‌شود. با توجه به نکات مطرح شده الگوی تهونون تنها یک الگوی تئوری است و کاربرد عملی ندارد. در این مطالعه بر خلاف الگوی تهونون قیمت انرژی‌های فسیلی برون زا و هزینه نهایی استخراج منابع فسیلی ثابت در نظر گرفته شده است.

چارچوب مورد استفاده در این مطالعه یک الگوی رشد تعمیم یافته با در نظر گرفتن انرژی‌های فسیلی و تجدیدپذیر در تابع تولید می‌باشد. هدف نهایی این مطالعه پس از حل الگوی بسط داده شده و بررسی نتایج حاصل از حل الگو پیدا کردن مسیر بهینه سهم انرژی‌های تجدیدپذیر از کل انرژی با توجه به پارامترهای اقتصاد ایران در حالت پایا می‌باشد.

1. Olli Tahvonen
2. Nicholas Apergis

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

این مقاله در پنج قسمت تنظیم شده است. در قسمت دوم پیشینه پژوهش مورد بررسی قرار گرفته است. در قسمت سوم مبانی نظری و فروض الگو و همچنین چگونگی حل الگو مورد بررسی قرار گرفته است. در قسمت چهارم به بررسی پارامترهای الگو و مقادیر آن برای اقتصاد ایران و همچنین مسیر بهینه سهم انرژی‌های تجدیدپذیر از کل انرژی در طول زمان برای اقتصاد ایران پرداخته شده است. در قسمت نهایی نیز یک جمع بندی اجمالی از مطالب آورده شده و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی ارائه شده است.

۲. پیشینه پژوهش

در این قسمت پس از بررسی اجمالی روند توسعه الگو های رشد به بررسی مطالعات تجربی داخل و خارج پرداخته شده است. الگوهای رشد با مدل معروف هارود- دومار[1] (۱۹۴۶) به طور رسمی وارد ادبیات اقتصادی گردید. سولو (۱۹۵۶) با وارد نمودن پیشرفت تکنولوژی برون زا و طرح مسئله پسماند سولو تحولی جدی در الگوهای رشد ایجاد نمود. الگو های رشد بدون منابع طبیعی اکثر مطالعات مربوط به رشد اقتصادی را شامل می شوند. مانند مطالعات هاربرگر و اسلوسکی[2] (۲۰۰۱)، بیکر، مورفی و تامورا[3] (۱۹۹۰)، رومر (۱۹۹۰)[4]، لوکاس (۱۹۸۸)[5]، بارو و سالی مارتین(۱۹۹۵)[6]، هلپمن و گروسمن (۱۹۹۱)[7] و آگیون و هوویت (۱۹۹۲)[8] ریچی (۲۰۰۷)[9]، وانگ و دیگران(۲۰۰۹).[10]

الگو های رشد با در نظر گرفتن منابع و بدون در نظر گرفتن پیشرفت تکنولوژی گروه دیگری از مطالعات رشد اقتصادی را شامل می شود. هیل[11] و دسگوپتا[12] (۱۹۷۹) با تعمیم الگوهای رشد و در نظر گرفتن منابع طبیعی در این الگوها نشان دادند که با هر نرخ تنزیل ثابت، مسیر رشد کارا باعث فرسایش منابع طبیعی می شود که این فرسایش در بلندمدت باعث سقوط اقتصاد و کاهش رفاه می گردد. اما در این مطالعه پیشرفت تکنولوژی در نظر گرفته نشده بود.

1. Sir Roy F. Harrod in 1939 and Evsey Domar in 1946
2. Selousky
3. Becker, Murphy and Tamura
4. Romer
5. Lucas
6. Baro and Sala-i-Martin.
7. Helpman.
8. Aghion and Howitt.
9. Ricci
10. Wang et al.
11. Heal
12. Dasgupta

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

در کارهای اخیر تئوری های رشد درون زا[1] هم انباشت سرمایه فیزیکی و هم منابع تجدیدناپذیر، در نظر گرفته شده است. باربیر[2] (۱۹۹۹) تاثیر محدودیت و کمیابی منابع را بر رشد اقتصادی به کمک یک مدل رشد درون زا توضیح می دهد. وی بیان می دارد که کمیابی منابع در بلند مدت محدودیت در عرضه انرژی را سبب می شود. محدودیت در عرضه انرژی باعث محدودیت در تولید و رشد اقتصادی خواهد شد. با توجه به مدل باربیر در کوتاه مدت کمیابی منابع رشد اقتصادی را محدود نمی کند. در بلند مدت در صورتی کمیابی منابع رشد اقتصادی را محدود خواهد کرد که همراه با پیشرفت تکنولوژی همراه نباشد. اسشولز و زیمس[3] (۱۹۹۹) نشان دادند که رشد و توسعه پایدار با وجود منابع تجدیدناپذیر در یک الگوی رشد درون زا و فرض رقابت کامل امکان پذیر است. اسشولز و زیمس این سوال را مطرح می‌سازند که آیا مسیر تعادلی[4] که ما را به نرخ رشد پایدار هدایت می کند با وجود بازار رقابت ناقص و همچنین در نظر گرفتن منابع در الگوی رشد درونزا وجود خواهد داشت؟ نتیجه ای که از این الگو حاصل می‌شود نشان می‌دهد در صورتی که کشش تولید نسبت به انباشت سرمایه کوچکتر از کشش تولید نسبت به منابع طبیعی باشد رشد پایدار امکان‌پذیر خواهد بود.

گروت و اسچو[5] (۲۰۰۲) در مطالعه خود به این سوال پاسخ می دهند که آیا با در نظر گرفتن انرژی تجدید ناپذیر به عنوان یک نهاده اساسی تولید در الگوهای رشد درونزا آیا امکان توسعه پایدار وجود خواهد داشت؟ با حل یک مدل رشد بهینه یک بخشی[6] با توجه به فروض مدل رشد مصرف سرانه غیر پایدار می شود مگر اینکه در مدل رشد جمعیت داشته باشیم. گریمود و روگ[7] (۲۰۰۳) منابع طبیعی تجدیدناپذیر را در یک مدل رشد درونزای شومپترین[8] وارد نموده اند. در این الگو مسیر تعادلی و بهینه بررسی شده است. سپس مقادیر بهینه جهت اجرای سیاست‌های پولی و مالی محاسبه شده است. استرن[9] (۲۰۱۰) الگو ساده‌ای را ارائه می کند که در این الگو تئوری رشد سولو در یک چارچوب عمومی تر بکار برده شده است. وی پس از توسعه مدل سولو با مطالعه ۲۰۰ سال داده های کشور سوئد نشان داد که انرژی و سرمایه جانشین های ضعیفی می باشند. این مطلب نشان دهنده این موضوع است

۱. در تئوری‌های رشد درون زا تغییرات تکنولوژی درون زا در نظر گرفته شده است.

2. Barbier
3. Scholz and Ziemes
4. Equilibrium Trajectories
5. Groth and Schou
6. One-Sector Optimal Growth Model
7. Grimaud and Rouge
8. Schumpeterian
9. Stern

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

که زمانی که انرژی کمیاب یا اندک می‌باشد، رشد اقتصادی به شدت محدود می گردد، اما زمانی که انرژی فراوان است، این محدودیت برای رشد اقتصادی کمتر وجود دارد.

تهونون و سالو[1] (۲۰۰۱) با استفاده از یک الگوی رشد تعمیم یافته، گذار بین انرژی‌های تجدیدپذیر و فسیلی را مورد مطالعه قرار داده اند. دو الگوی متفاوت در این مقاله در نظر گرفته شده است. یک الگو بدون در نظر گرفتن تکنولوژی و الگوی دیگر با در نظر گرفتن تکنولوژی مورد بررسی قرار گرفته است. در الگوی اول که تکنولوژی در نظر گرفته نشده است، قیمت انرژی‌های فسیلی، هزینه استخراج منابع فسیلی در نظر گرفته شده است. با افزایش تولید و مصرف انرژی فسیلی و کاهش منابع هزینه استخراج و در نتیجه آن قیمت انرژی‌های فسیلی افزایش می‌یابد. در این الگو نتیجه این شد که در ابتدا تنها از انرژی‌های تجدیدپذیر استفاده می شده است. در طول زمان با افزایش تولید استفاده از انرژی‌های فسیلی با توجه به قیمت پایین این انرژی افزایش یافته است تا به یک نقطه اوج رسیده است. با افزایش استخراج انرژی‌های فسیلی سطح منابع کاهش می‌یابد. با توجه به این نکته هزینه استخراج و در نتیجه آن قیمت انرژی‌های فسیلی افزایش می‌یابد. با توجه به افزایش قیمت انرژی‌های فسیلی مصرف انرژی‌های فسیلی کاهش و مصرف انرژی‌های تجدیدپذیر افزایش می یابد. با توجه به مدل تهونون با کاهش منابع قیمت انرژی‌های فسیلی افزایش می‌یابد. مطالعه انجام شده توسط نویسندگان این موضوع را تایید نمی کند.[2] بلکه تحولات سیاسی جهانی و شوک‌های سیاسی عامل تعیین کننده قیمت انرژی‌های فسیلی است. بنابراین در این مطالعه بر خلاف مدل تهونون قیمت انرژی برون زا در نظر گرفته شده است.

در ادامه مطالعات تجربی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

گلاسور[3] (۲۰۰۲) با بکارگیری یک مدل تصحیح خطای برداری به بررسی رابطه علی بین تولید ناخالص داخلی و مصرف انرژی در طول دوره ۱۹۹۰-۱۹۶۱ در کره جنوبی می‌پردازد. در این مطالعه مخارج دولتی به عنوان متغیر نماینده[4] فعالیت‌های دولتی و عرضه پول به عنوان متغیر نماینده سیاست‌های پولی و قیمت‌های نفت به عنوان یک عامل تعیین‌کننده در توضیح رابطه علی مورد استفاده قرار گرفته است و تکانه‌های قیمت نفت نیز به عنوان یک متغیر مجازی جهت شکست ساختاری در نظر گرفته

1. Tahvonen and Salo

۲. با توجه به داده‌های سال های ۱۳۶۸ تا ۱۳۸۸ رابطه معنا داری بین هزینه استخراج و ذخایر اثبات شده انرژی خام مشاهده نشده است.

3. Glasure

4. Proxy

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

شدند. نتایج مقاله وی نشان دهنده یک رابطه علی دو طرفه بوده و نفت هم بیشترین تاثیر را بر رشد اقتصادی و مصرف انرژی داشت.

در مطالعات مختلف و بسیاری رابطه بین مصرف انرژی و رشد اقتصادی به وسیله روش‌های مختلف اقتصاد سنجی بررسی شده است.[1] در مطالعات داخلی تنها مطالعات تجربی در این موضوع وجود دارد و همچنین مطالعات در این زمینه محدود می‌باشد که در زیر به تعدادی از آنها اشاره شده است.

صادقی و سعادت (۱۳۸۳) در مطالعه خود با استفاده از داده های سری زمانی طی سال‌های (۱۳۸۰-۱۳۴۶) به بررسی رابطه علی بین رشد جمعیت، رشد اقتصادی و اثرات زیست محیطی در ایران پرداخته اند. نتایج به دست آمده از بررسی رابطه علی نشان داد که در دوره مورد مطالعه، یک رابطه علی یک طرفه از رشد جمعیت به سوی تخریب محیط زیست وجود داشته است. همچنین رابطه علی دو طرفه بین تخریب محیط زیست و رشد اقتصادی در ایران برقرار است.

برقی اسکویی (۱۳۸۷) در مطالعه خود به بررسی آثار آزادسازی تجاری بر انتشار گازهای گلخانه ای در منحنی زیست محیطی کوزنتس طی سال های (۲۰۰۲-۱۹۹۲) برای کشورهای با درآمد سرانه بالا، متوسط بالا، متوسط پایین و پایین پرداخته است. نتایج مطالعه نشان داد افزایش آزادسازی تجاری و درآمد سرانه در کشورهایی با درآمد سرانه بالا و متوسط بالا به کاهش انتشار گاز در اکسید کربن و در کشورهای با درآمد سرانه متوسط پایین و پایین به افزایش انتشار گاز دی اکسید کربن منجر می‌شود.

پورکاظمی و ابراهیمی (۱۳۸۷) در مطالعه خود با استفاده از داده‌های سری زمانی سالانه طی سال‌های ۱۹۸۰-۲۰۰۳ به بررسی منحنی زیست محیطی کوزنتس در کشورهای خاورمیانه پرداخته اند. در این مطالعه از دو مدل لگاریتمی برای بررسی منحنی کوزنتس زیست محیطی استفاده شده است و انتشار گاز دی اکسید کربن به عنوان متغیر جانشین آلودگی محیط زیست به کار رفته است. نتایج به دست

۱. چند نمونه از مطالعات در جدول زیر آمده است.

مطالعه	کشور مورد مطالعه	روش	دوره زمانی
استرن (۲۰۰۰)	آمریکا	هم جمعی	۱۹۹۴-۱۹۴۸
نتیجه مطالعه: در این مطالعه رابطه بین مصرف انرژی با تولید ناخالص داخلی، انباشت سرمایه، نیروی کار مورد بررسی قرار گرفته است. نتیجه مطالعه نشان می دهد که رابطه علی یک طرفه بین مصرف انرژی و GNP وجود دارد.			
موریموتو و هوپ۱ (۲۰۰۴)	سری لانکا	گرنجر	۱۹۹۸-۱۹۶۰
نتیجه مطالعه: رابطه علی یک طرفه بین مصرف الکتریسیته و GDP وجود دارد.			
اکاراوسی۱ (۲۰۱۰)	ترکیه	ARDL - همجمعی	۲۰۰۷ – ۱۹۷۷
نتیجه مطالعه: علیت یک طرفه از رشد اقتصادی به مصرف انرژی الکتریسیته در بلند مدت وجود دارد.			

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

آمده نشان داد که مدل ساده، تأیید فرضیه منحنی زیست محیطی کوزنتس برای نمونه تحت بررسی را در پی دارد. بهبودی (۱۳۸۷) در مقاله ای اثرات زیست محیطی بر مصرف انرژی و رشد اقتصادی در ایران را با استفاده از داده‌های آماری سری زمانی سال‌های (۱۳۸۲-۱۳۴۶)، به روش آزمون هم‌انباشتگی یوهانسون – جوسیلیوس مورد بررسی قرار داده است.

همان گونه که مشاهده می شود در داخل مطالعه ای نظری به منظور بررسی تاثیر انرژی به تفکیک انرژی‌های تجدید پذیر و فسیلی بر رشد اقتصادی صورت نگرفته است. یکی از اهداف این مطالعه پر کردن این خلا می باشد. در این راستا در این مطالعه فرض می نمائیم که انرژی توسط دو منبع انرژی‌های فسیلی و انرژی‌های تجدیدپذیر تولید شود و در بخش تولید کالای نهایی انرژی یک نهاده تولید می باشد. مصرف انرژی‌های تجدید ناپذیر باعث کاهش منابع انرژی فسیلی می گردد. با کاهش منابع انتظار داریم مصرف انرژی‌های فسیلی کاهش و مصرف انرژی‌های تجدید پذیر افزایش یابد. در این مطالعه قیمت انرژی‌های فسیلی برون زا در نظر گرفته شده است. بسط نظری یک الگوی رشد درونزا با وجود انرژی‌های تجدیدپذیر، حل الگوی تدوین شده و همچنین تعیین مسیر سهم انرژی‌های تجدید پذیر از کل انرژی در طول زمان در حالت پایا، با توجه به داده های اقتصاد ایران از دیگر یافته‌ها و تفاوت این مطالعه نسبت به مطالعات موجود می باشد.

۳. توسعه و حل الگو

در الگوهای رایج رشد اقتصادی، منابع طبیعی یا انرژی تا حدود زیادی مغفول واقع شده است. پیشرفت تکنولوژی در الگوهای اولیه رشد مانند الگوی رشد سولو[1] (۱۹۵۶) به صورت برون زا در نظر گرفته شده است. بیشتر الگوهای رشد اخیر سعی در درون‌زا کردن پیشرفت تکنولوژی دارند[2]. همان‌گونه که در مطالعات رومر (۱۹۹۰)، گروسمن و هلپمن (۱۹۹۱) و آقیون و هویت (۱۹۹۲) دیده می شود، مطالعات مربوط به الگوهای رشد از دهه ۹۰ به سمت الگوهای رشد درون‌زا گرایش یافته است. در این الگوها، رشد بلندمدت با تمرکز بر پیشرفت فن‌آوری درون زا از طریق آموزش، تحقیق و توسعه می باشد و به طور نمونه سرمایه گذاری در فن آوری حاصل تلاش برای اختراع و نوآوری می‌باشد. تلاشی که با حداکثرسازی سود فردی تامین می شود. هر اختراع و نوآوری، بهره‌وری را افزایش می دهد و چنین کشفیاتی، سرانجام منبع رشد بلندمدت می باشد.

1. Solow

۲. رشد تکنولوژی درون زا به معنای توضیح پیشرفت تکنولوژیکی به عنوان محصول، تصمیمی است که خانوار و یا اشخاص برای تولید دانش می گیرند.

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

در مطالعات محدودی انرژی به صورت عامل تولید در نظر گرفته شده است و در مطالعات محدودتر انرژی به دو گروه تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر تقسیم شده است. اما به منظور داشتن توسعه پایدار، استفاده از منابع تجدید پذیر و سرمایه‌گذاری در محیط زیست و انباشت سرمایه فیزیکی برای جبران خالی شدن طبیعت از منابع و جبران تخریب طبیعت در نظر گرفتن منابع طبیعی تجدیدناپذیر[1] و انرژی در تابع تولید لازم می‌باشد. توجه به این نکته ضروری است که وجود منابع محدود اما تجدید پذیر در الگو، مانند انرژی خورشیدی می‌تواند مشکلاتی را مطرح سازد. به عبارت دیگر، در الگو ها نمی‌توان تنها از انرژی‌های تجدیدپذیر برای تولید استفاده کرد[2] و استفاده از انرژی‌های تجدید پذیر به پیشرفت تکنولوژی این منابع بستگی دارد.

سولو (۱۹۷۴) نشان داد که توسعه پایدار در الگو با منابع طبیعی تجدید ناپذیر زمانی که هزینه استخراج منابع نداشته باشیم و نرخ استهلاک وجود نداشته باشد در صورتی قابل دستیابی است که کشش جانشینی بین دو نهاده تولید یعنی سرمایه فیزیکی و منابع طبیعی برابر واحد باشد. الگوی سولو با توجه به حالت برنامه‌ریز اجتماعی توسعه یافته است. ذکر این نکته الزامی است که اگر الگوی مشابه الگوی سولو در نظر گرفته شود و رقابت کامل اقتصادی وجود داشته باشد، منجر به از بین رفتن منابع و کاهش مصرف در بلندمدت می شود و باعث می‌شود رفاه اجتماعی به صفر سقوط نماید.

در الگوهایی که در سال‌های اخیر توسعه یافته اند، نتایج بدست آمده به شکلی است که اگر اقتصاد تنها از منابع تجدیدناپذیر استفاده نماید توسعه پایدار، امکان پذیر نمی‌باشد (حداقل زمانی که فرض می‌شود رشد جمعیت وجود ندارد). یک گرایش متداول در میان اقتصاددانان رایج شده است که فرض می‌کنند، توسعه پایدار از نظر تکنیکی عملی است، مگر اینکه خلاف آن اثبات شود. توسعه پایدار به ترجیهات مصرف حال و آتی بستگی دارد. همچنین در صورتی که تغییرات تکنولوژی با سرعت بیشتر خالی شدن منابع همراه باشد ممکن است رشد تکنولوژی باعث توسعه پایدار نشود.

در ادامه به بررسی فروض الگو پرداخته شده است. الگو مورد استفاده در این مطالعه بیانگر یک اقتصاد بسته که شامل افراد زیادی با طول عمر نامحدود می‌باشد. در عین حال این افراد همزمان مصرف‌کننده و تولید کننده می باشند. به منظور سادگی اندازه جمعیت را به یک نرمال می‌کنیم.

1. Non-Renewable Natural Resource

۲. برای مثال انرژی خورشیدی که در شب نمی توان از این انرژی استفاده کرد. ذکر این نکته ضروری است که ذخیره انرژی هزینه زیادی دارد. بنابراین در ابعاد گسترده نمی توان انرژی را ذخیره و در صورت نیاز مصرف کرد.

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

مصرف کننده به دنبال حداکثرسازی مطلوبیت در طول زمان است و یا به بیان دیگر به دنبال حداکثرسازی مطلوبیت بین دوره ای می باشد. برنامه‌ریز اجتماعی به دنبال حداکثرسازی تابع رفاه زیر می باشد:

$$W = Max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} Ln\, c_t \; dt \qquad (1)$$

در رابطه (۱)، ρ نرخ ترجیحات زمانی می‌باشد و همواره دارای مقداری مثبت است. ($\rho > 0$)

در مطالعات تهونون (۲۰۰۱)، سولو (۱۹۷۸)، آقیون و هویت (۱۹۹۲) و دیگر مطالعات معمولا تابع مطلوبیت به صورت ریسک گریز نسبی در نظر گرفته می‌شود. در این مطالعه با توجه به تابع رفاه اجتماعی شماره ۱ برای سادگی در حل نظری الگو فرض شده است، مطلوبیت مصرف‌کننده نمونه، تابع مصرف بخش خصوصی (C_t) با درجه ریسک گریزی یک می‌باشد.

$$U_t = Ln\, c_t \qquad (2)$$

در ادامه تابع تولید مورد بررسی قرار گرفته است. قوانین ترمودینامیک و اصل بقای انرژی و ماده، محدودیت‌هایی را حول این محور که سیستم اقتصادی چگونه باید عمل کند را تشریح می کنند (آیرس و کنیز[1] ۱۹۶۹, بولدینگ[2] ۱۹۶۶). قانون دوم ترمودینامیک (قانون راندمان یا کارایی) بیان می‌دارد که حداقل مقداری انرژی برای انتقال ماده یا به طور عمومی تر کار فیزیکی در فرآیند تولید لازم است. انجام انتقالات در زمان کمتر و محدودتر نیازمند انرژی بیشتر از این مقدار حداقل است (بایوم گارتنر[3] ۲۰۰۴).

برای انجام تولید باید حتما کار فیزیکی انجام شود. برای انجام کار فیزیکی نیز حتما انرژی لازم است، بنابراین تمامی پروسه های اقتصادی نیازمند انرژی هستند. در فرآیند تولید نیروی کار و سرمایه فیزیکی در بلندمدت قابل جانشین شدن می‌باشند، ولی محدودیت هایی برای جانشینی یا جایگزینی انرژی با دیگر نهاده‌های تولید وجود دارد. بنابراین انرژی همیشه یک نهاده لازم و ضروری برای تولید می‌باشد.

بعضی از نهاده‌های تولیدی، غیر قابل تولید مجدد[4] می‌باشند (مانند نفت و گاز طبیعی)، در حالی که بعضی از نهاده‌های دیگر می توانند با یک هزینه، در سیستم اقتصادی باز تولید شوند، که به این نهاده‌ها، نهاده های با قابلیت بازتولید[5] گویند. سرمایه فیزیکی، نیروی انسانی و در بلندمدت منابع طبیعی نهاده‌های با قابلیت بازتولید می‌باشند. انرژی و ماده اولیه غیر قابل بازتولید می‌باشند. این در حالی است

1. Ayres and kneese
2. Boulding
3. Baumgartner
4. Non-Reproducible
5. Producible

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

که بردارهای انرژی (شامل سوخت و الکتریسیته) و مواد اولیه مانند مواد معدنی، در تئوری، نهاده‌های قابل بازتولید در نظر گرفته می‌شوند.

هیچ یک از انرژی و یا مواد اولیه قابل تجدید نمی باشند، آن ها از طبعیت گرفته می شوند. فاکتورهای اولیه تولید بعنوان نهاده‌های تولید تعریف می‌شوند که در شروع دوره تولید وجود دارند و بطور مستقیم در تولید استفاده نمی‌شوند[1]، درحالی که نهاده‌های واسطه، در حین مراحل تولید بوجود می‌آیند و بطور کامل در این مراحل تولید مورد استفاده قرار می‌گیرند (مانند انرژی). اکثر اقتصاد دانان، سرمایه، کار و زمین را به‌عنوان نهاده های اولیه تولید به حساب می‌آورند، درحالیکه سوخت و مواد اولیه، منابع واسطه می‌باشند. فاکتور کلاسیک زمین، که در بر دارنده تمامی منابع طبیعی است، بتدریج اهمیتش در تئوری‌های اقتصادی کاهش یافته و امروزه معمولا بعنوان زیرمجموعه سرمایه استنتاج می‌گردد.

رابطه (۳) تابع تولید در این مطالعه را نشان می‌دهد.

$$y = Ak^{\alpha} r^{\beta} n^{\gamma} \qquad (۳)$$

با توجه به رابطه شماره ۳ انرژی به دو گروه انرژی‌های تجدیدپذیر (r) و تجدیدناپذیر یا فسیلی (n) تقسیم شده است که با کشش های مختلف روی تولید تاثیر می گذارند. به منظور تولید انرژی‌های تجدید ناپذیر باید منابع استخراج کرد که با استخراج منابع سطح (انباشت) منابع کاهش خواهد یافت. بر اساس مطالعات ایپل و لاندرگان[2] (۱۹۹۳) قیمت انرژی‌های فسیلی برابر با هزینه استخراج منابع در نظر گرفته شده است، که هزینه استخراج نیز تابعی از سطح منابع در دسترس است. بر اساس مطالعه انجام شده توسط نویسندگان این موضوع تایید نمی شود. بلکه تحولات سیاسی جهانی و شوک های سیاسی عامل تعیین کننده قیمت انرژی‌های فسیلی است. بنابراین در این مطالعه بر خلاف مدل تهونون و ایپل قیمت انرژی‌های فسیلی (p_n) برون زا در نظر گرفته شده است. با توجه به مطالعه تهونون (۲۰۰۱) هزینه استفاده از انرژی‌های تجدید پذیر به دلیل نداشتن هزینه های استخراج تابعی از میزان استفاده از این انرژی ($F(E_r)$) در نظر گرفته شده است. رابطه ۴ هزینه استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر را نشان می دهد.

$$F(r):\ F' > 0\ ,\ \ F'' \geq 0 \qquad (۴)$$

۱. این نهاده ها در طول زمان انباشته می‌شوند مانند سرمایه فیزیکی.

2. Epple & Londregan

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

که حالت خاص تابع هزینه برای انرژی‌های تجدیدپذیر در این مطالعه به صورت رابطه (۵) در نظر گرفته شده است.

$$F(r) = p_r r \qquad (۵)$$

که در این رابطه p_r هزینه نهایی تولید انرژی‌های تجدید پذیر می‌باشد که در این مطالعه ثابت فرض شده است. در ادامه معادلات انباشت در نظر گرفته شده در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است. دو معادله انباشت و تغییر موجودی در این مطالعه در نظر گرفته شده است. ۱. معادله انباشت سرمایه فیزیکی ۲. معادله کاهش سطح منابع طبیعی موجود، که این معادله در روابط ۶ و ۷ نشان داده شده است.

$$\dot{k} = y - c - n\, p_f - F(r) - \delta k \qquad (۶)$$

$$\dot{R} = -n \qquad (۷)$$

معادله شماره ۶ نشان دهنده معادله انباشت سرمایه فیزیکی می باشد. رابطه فوق که بیانگر شرط تسویه بازار کل اقتصاد است معرف این است که کالای تولید شده در اقتصاد، به سرمایه گذاری و مصرف اختصاص داده می شود و یا با ضریب δ مستهلک می شود. تفاوتی که رابطه فوق با مطالعات متداول رشد اقتصادی دارد این می باشد که هزینه های استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر و فسیلی نیز در این معادله در نظر گرفته شده است.

معادله شماره ۷ نشان دهنده میزان کاهش منابع طبیعی بر اثر استخراج می باشد که برابر با میزان مصرف انرژی‌های تجدید ناپذیر در نظر گرفته شده است. در ادامه به دنبال بررسی و حل مسئله کنترل بهینه زیر می‌باشیم.

$$Max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} Ln\, c\; dt \qquad (۸)$$

S.T

$$\dot{k} = A k^{\alpha} r^{\beta} n^{\gamma} - c - p_f n - p_r r - \delta k \qquad (۹)$$

$$\dot{R} = -n \qquad (۱۰)$$

که رابطه ۹ از ترکیب روابط ۳ تا ۶ بدست آمده است. به منظور حل الگو و محاسبه مقادیر بهینه متغیرها تابع همیلتون را تشکیل داده و شرایط مرتبه اول[1] بهینه‌سازی را در حالت جریان[2] می‌نویسیم. در این روابط متغیرهای کنترل، میزان مصرف انرژی‌های تجدیدپذیر (r)، مصرف انرژی‌های فسیلی (n) و

1. First Order Condition
2. Curent

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

مصرف بخش خصوصی (c) می باشد. متغیرهای حالت انباشت سرمایه فیزیکی (k) و انباشت منابع فسیلی (R) می باشد. تابع همیلتون و شرایط اولیه حداکثر سازی در پیوست، روابط (5a) تا (13 a) آمده است.

در حالت پایا فرض می‌شود رشد مصرف برابر صفر باشد[1]. با توجه به فروض اولیه بهینه‌سازی و محاسبات بخش پیوست رابطه ۱۱ (26a) و ۱۲ (34a) به ترتیب مسیر تولید برق از انرژی‌های فسیلی و تجدید پذیر در طول زمان را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که τ، φ، ς و ω تنها تابعی از پارامترهای الگو می‌باشد که در روابط (24a)، (25a) و (30a) نشان داده شده است.

$$n(t) = (\tau - (\tau - n_0^{\varphi})e^{\rho t})^{\frac{1}{\varphi}} \qquad (11)$$

$$r_t = [\tau \varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - (\tau \varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - r_0^{\varphi\omega})e^{\rho t}]^{\frac{1}{\varphi\omega}} \qquad (12)$$

در این رابطه ها r_0 , n_0 به ترتیب انرژی تجدید پذیر و فسیلی تولید شده در دوره صفر می‌باشد. پارامترهای دیگر این رابطه در بخش‌های قبل تعریف شده است. با توجه به این رابطه می‌توان سهم بهینه انرژی‌های فسیلی در طول زمان را به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\eta_t = \frac{r_t}{n_t + r_t} = \frac{[\tau \varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - (\tau \varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - r_0^{\varphi\omega})e^{\rho t}]^{\frac{1}{\varphi\omega}}}{(\tau - (\tau - n_0^{\varphi})e^{\rho t})^{\frac{1}{\varphi}} + [\tau \varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - (\tau \varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - r_0^{\varphi\omega})e^{\rho t}]^{\frac{1}{\varphi\omega}}} \qquad (13)$$

در ادامه با توجه به پارامترهای مربوط به اقتصاد ایران مسیر بهینه سهم انرژی‌های تجدیدپذیر محاسبه شده است.

٤. پارامترهای الگو

جدول (۱) پارامترهای الگو در اقتصاد ایران و منبع هر داده را نشان می‌دهد.

1. $\frac{\dot{c}}{c} = g_c = 0$

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

جدول ۱. پارامترهای الگو مربوط به اقتصاد ایران

پارامتر	مقدار	منبع
نرخ تنزیل (ρ)	۰/۰۷۲.	عبدلی (۱۳۸۸)
کشش تولید نسبت به انباشت سرمایه فیزیکی (α)	۰/۳۹	بانک مرکزی جمهوری اسلامی[۱]
کشش تولید نسبت به انرژی‌های فسیلی (β)	۰/۳۸	اپرگیس، نیکولاس (۲۰۱۲)[۲]
کشش تولید نسبت به انرژی‌های تجدید پذیر (γ)	۰/۳۷	اپرگیس، نیکولاس (۲۰۱۲)
نرخ استحلاک سرمایه فیزیکی (δ)	۰/۰۵	فرض شده است سرمایه فیزیکی طی ۲۰ سال مستهلک می شود
هزینه نهایی تولید برق تجدیدپذیر(p_r) ($\frac{Rial}{kwh}$)	۵۹۳/۱۲	کاظمی (۱۳۸۴)[۳]
هزینه نهایی تولید برق از انرژی‌های فسیلی(p_n) ($\frac{Rial}{kwh}$)	۱۲۱/۵	کاظمی (۱۳۸۴)[۴]
تولید انرژی‌های تجدید پذیر سرانه اولیه (r_0)	۶۷/۳۹	ترازنامه انرژی[۵] (کیلووات ساعت)
تولید برق سرانه از انرژی‌های فسیلی اولیه (n_0)	۲۸۸۸/۲۵	ترازنامه انرژی[۶] (کیلووات ساعت)

مأخذ: نتایج تحقیق.

با جایگزاری پارامترهای جدول (۱) در معادله شماره ۱۳ مسیر بهینه سهم انرژی‌های تجدید پذیر در تولید برق در طول زمان رسم شده است. با توجه به این نمودار تا سال ۱۴۰۰ سهم انرژی‌های تجدیدپذیر به کندی افزایش می یابد ولی از سال ۱۴۰۰ تا ۱۴۲۰ سهم انرژی‌های تجدیدپذیر از کل انرژی با سرعت بیشتری افزایش می یابد. دلیل این افزایش در سهم کاهش سطح انباشت منابع فسیلی می باشد. با توجه به شکل (۱)، سهم بهینه برق تولیدی از منبع انرژی‌های فسیلی برای اقتصاد ایران در سال ۱۴۲۰ باید ۵۱ درصد و سهم انرژی‌های تجدید پذیر ۴۹ درصد از کل برق تولیدی می‌باشد. این در حالی است که با توجه به داده‌های سال ۱۳۸۷ تنها ۲درصد از برق تولیدی توسط منابع انرژی تجدیدپذیر تولید می شود و ۹۸ درصد از برق توسط انرژی‌های فسیلی تولید می شود. به منظور رسیدن به درصد بهینه انرژی‌های تجدید پذیر باید سالانه رشدی معادل با ۳/۳ درصد داشته باشد.

۱. بانک مرکزی جمهوری اسلامی، (۱۳۸۴)، مجموعه پژوهشهای اقتصادی، بررسی بهره وری در اقتصاد ایران، شماره ۲۴

2. Nicholas Apergis

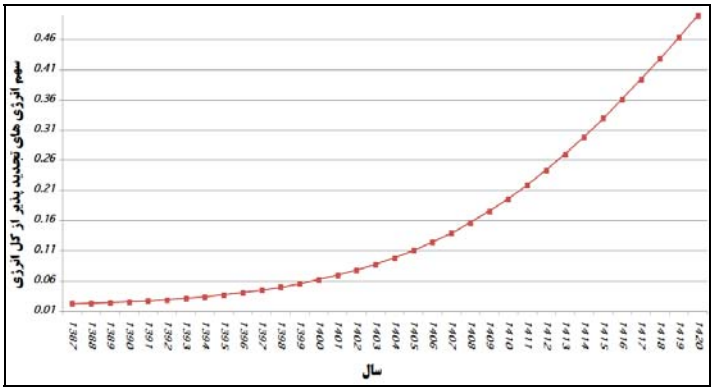
۳. هزینه نهایی تولید انرژی‌های تجدید پذیر میانگینی از هزینه نهایی تولید به وسیله انرژی‌های آبی و بادی و پیل سوختی در نظر گرفته شده است.

۴. هزینه نهایی تولید برق از انرژی‌های فسیلی میانگینی از هزینه نهایی نیروگاه های سیکل ترکیبی و فسیلی در نظر گرفته شده است.

۵. سال پایه سال ۱۳۸۷ در نظر گرفته شده است.

۶. سال پایه سال ۱۳۸۷ در نظر گرفته شده است.

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]



نمودار ۱. مسیر بهینه سهم انرژی‌های تجدیدپذیر از کل برق تولیدی در طول زمان

۵. جمع‌بندی

استفاده از انرژی در تمام مراحل تولید لازم و ضروری می باشد و بدون مصرف انرژی امکان تولید وجود ندارد. با توجه به این موضوع الگوهای رشد اقتصادی که نقش انرژی را بر رشد اقتصادی نادیده گرفته اند، کامل نمی‌باشند. در این مطالعه انرژی به عنوان یک نهاده تولید در نظر گرفته شده است. همچنین فرض شده است که انرژی توسط دو منبع انرژی‌های فسیلی و انرژی‌های تجدیدپذیر تولید شود. از طرفی مصرف در طول زمان مطلوبیت فرد و رفاه اجتماعی را افزایش می‌دهد و مصرف انرژی‌های فسیلی باعث کاهش منابع انرژی فسیلی می گردد. چارچوب مورد استفاده در این مطالعه یک الگوی رشد تعمیم یافته با در نظر گرفتن انرژی‌های فسیلی و تجدیدپذیر در تابع تولید می باشد. با توجه به نتایج بدست آمده از این مطالعه تا سال ۱۴۰۰ سهم انرژی‌های تجدید پذیر به کندی افزایش می‌یابد ولی از سال ۱۴۰۰ تا ۱۴۲۰ سهم انرژی‌های تجدیدپذیر از کل انرژی مصرفی در تولید برق با سرعت بیشتری نسبت به قبل افزایش می یابد. دلیل این افزایش در سهم انرژی‌های تجدیدپذیر کاهش سطح انباشت منابع فسیلی می‌باشد.

سهم بهینه برق تولیدی از منبع انرژی‌های فسیلی در اقتصاد ایران برای سال ۱۴۲۰ باید ۵۱ درصد و سهم انرژی‌های تجدیدپذیر ۴۹درصد از کل برق تولیدی می‌باشد. این در حالی است که با توجه به داده‌های سال ۱۳۸۷ تنها ۲درصد از برق تولیدی توسط منابع انرژی تجدیدپذیر تولید می‌شود و ۹۸ درصد از برق توسط انرژی‌های فسیلی تولید می شود. به منظور رسیدن به درصد بهینه انرژی‌های تجدید پذیر باید سالانه رشدی معادل با ۳/۳ درصد داشته باشد.

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

منابع

بانک مرکزی جمهوری اسلامی (۱۳۸۴)، مجموعه پژوهش‌های اقتصادی، بررسی بهره‌وری در اقتصاد ایران، شماره ۲۴.

بهبودی داود، برقی گلعذانی اسماعیل (۱۳۸۷)، اثرات زیست محیطی مصرف انرژی و رشد اقتصادی در ایران، اقتصاد مقداری ۴، صص ۳۵-۵۳.

پژویان، جمشید و نیلوفر مراد حاصل (۱۳۸۶)، بررسی اثر رشد اقتصادی بر آلودگی هوا، *پژوهش‌های اقتصادی ایران، (۷)* ۴: ۱۴۱-۱۶۰

پورکاظمی، محمدحسین و ایلناز ابراهیمی (۱۳۸۷)، بررسی منحنی کوزنتس زیست محیطی در خاورمیانه، *پژوهش‌های اقتصادی ایران (۱۰)* ۳۴: ۷۱-۸۵.

صادقی، حسین و رحمان سعادت (۱۳۸۳)، رشد جمعیت، رشد اقتصادی و اثرات زیست محیطی در ایران (یک تحلیل علی). *تحقیقات اقتصادی*، ۶۴: ۱۶۴-۱۸۰.

عمادزاده مصطفی، ایمان باستانی فر و سعید ابراهیمی، بررسی پیش‌بینی همزمان تأثیرات اقتصادی - محیط زیستی طرح ها (مطالعه ی موردی شهرک علمی تحقیقاتی اصفهان). *بررسی‌های اقتصادی*، (۱)۴، صص ۱۶۴-۱۸۰.

عبدلی، قهرمان (۱۳۸۸)، تخمین نرخ تنزیل اجتماعی برای ایران، پژوهش های اقتصادی، سال نهم، شماره سوم، صص ۱۳۵-۱۸۶

پرمن، راجر، یوما و جیمز مک گیل ری (۱۳۸۷)، *اقتصاد محیط زیست و منابع طبیعی*. ترجمه حمید رضا ارباب، چاپ دوم. تهران: انتشارات نشر نی.

پژویان، جمشید و مریم لشکری‌زاده (۱۳۸۹)، بررسی عوامل اثرگذار بر رابطه میان رشد اقتصادی و کیفیت محیط‌زیست، *فصلنامه پژوهش های اقتصادی ایران*، سال چهارم، شماره ۴۲، ۱۸۸-۱۶۹.

کاظمی، خلیل، غلامعلی رحیمی آرزو باقرزاده (۱۳۸۴)، محاسبه هزینه تمام شده تولید برق از منابع مختلف با در نظر گرفتن ملاحظات زیست محیطی، *فصلنامه مطالعات اقتصادی ایران (۷)*:۲، صص ۴۶ – ۶۸.

وافی نجار، داریوش (۱۳۸۴)، تحلیل آماری و بررسی رابطه علیت گرنجری تولید ناخالص داخلی با مصرف انرژی و محاسبه کشش نهاده ای انرژی با استفاده از تابع تولید (۱۳۴۶-۱۳۸۲)، *فصلنامه مطالعات اقتصاد انرژی*، سال دوم، شماره ۵، ۱۳۸۴، صص ۵۵-۷۳.

Acaravci, A. (2010), "The Causal Relationship Between Electricity Consumption and GDP in Turkey: Evidence from ARDL Bounds Testing Approach", *Economic Research*, Vol. 23, No. 2, PP. 33-44.

Altınay, G. and Karagol, E. (2004), "Structural Break, Unit Root, and the Causality Between Energy Consumption and GDP in Turkey", *Energy Economics*, Vol. 26, No. 6, PP. 985–994.

Apergis, N. and James E. Payne. (2012), "Renewable and Non-Renewable Energy Consumption-Growth Nexus: Evidence From a Panel Error Correction Model", Energy Economics, Vol. 34, PP. 733–738.

Aytaç, D. (2010), "Estimation of the Relationship Between Energy and Economic Growth with Multivariate VAR Approach", *Journal of Finance*, Vol. 158, PP. 482-495.

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

Arrow, K. J. (1962), "The economic implications of learning by doing", *The Review of Economic Studies,* Vol. 29, PP. 155-173.
Ariga, J. (2002), "Internalizing Environmental Quality in a Simple Endogenous Growth Model", Working Paper, Department of Agricultural and Resource Economics University of Maryland Collge Park, MD 20742.
Aghion, P. and P. Howitt. (1998), "Endogenous Growth Theory", MIT Press. Cambridge, MA.
Aghion, P. and P. Howitt. (2009), "The Economics of Growth", MIT Press. Cambridge, MA.
Alam, S., Ambreeen, F. & Muhammad, B., (2007), "Sustainable Development in Pakistan in the Context of Energy Consumption Demand and Environmental Degradation", *Journal of Asian Economics*, Vol. 18, PP. 825-837.
Ang, J. B. (2007), "CO2 Emission, Energy Consumption, and Output in France", *Energy Policy*, Vol. 35, PP. 4772-4778.
Barbier, E. B. (1999), "Endogenous Growth and Natural Resource Scarcity", *Environmental and Resource Economics*, Vol. 14, PP. 51–74.
Brito, P. and Belbute, J. (2005), "A Note on Endogenous Growth and Renewable Resources", Working Paper, *Department of Economics*, University of Evora.
Bretschger, L. (2005), "Economics of Technological Change and the Natural Environment: how Effective are Innovations as a Remedy for Resource Dcarcity?", *Ecological Economics*, Vol. 54, PP. 148–163.
Chichilinisky, G. (1994), "North-South Trade and the Globe Environment", *American Economic Review*, Vol. 84, PP. 851-875.
Constantini, V. & Martini, C. (2010), "The Causality Between Energy Consumption and Economic Growth: a Multi-Sectoral Analysis Using Non-Stationary Cointegrated Panel Data", *Energy Economics*, Vol. 32, No. 3, PP. 591-603.
Di Maria, C. & Valente, S. (2008), "Hicks Meets Hotelling: the Direction of Technical Change in Capital–Resource Economies", *Environment and Development Economics*, Vol. 13, PP. 691–717.
Dixit, A. & Hammond, P. & Hoel, M. (1980), "On Hartwick's Rule for Regular Maximin Paths of Capital Accumulation and Resource Depletion", *Review of Economic Studies*, Vol. 47, PP. 551-556.
Dasgupta, P. S. & Heal, G. M. (1979), "*Economic Theory and Exhaustible Resources*", Cambridge University Press, Cambridge.
Fullerton, D. & Kim, S. R. (2008), "Environmental Investment and Policy with Distortionary Taxes and Endogenous Growth", *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 56, PP. 141-154.
Gales, B. & Kander, A. & Malanima, P. & Rubio, M. (2007), "North Versus South: Energy Transition and Energy Intensity in Europe Over 200 Years", *European Review of Economic History*, Vol. 11, PP. 219-253.
Grimaud, A. & Ricci, F. (1999), "*The Growth-Environment Trade-off: Horizontal vs Vertical Innovations*", Working Paper, 9934. Milan.
Grimaud, A. & Rougé, L. (2003). "Non-Renewable Resources and Growth with Vertical Innovations: Optimum, Equilibrium and Economic Policy", *Journal of Environmental Economics and Management,* Vol. 45, PP. 433–453.
Groth, C. & Schou, P. (2002), "Can non-Renewable Resources Alleviate the Knife-Edge Character of Endogenous Growth?", *Oxford Economic Papers*, Vol. 54, PP. 386–411.
Groth, C. & Ricci, F. (2009), "*Environmental Quality as a Research Asset in an Optimal Growth Model with Polluting Non-Renewable Resources*", Working Paper, Gunnery 20.

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

Hofkes, M. W. (1994), "*Sustainable Development in an Economy-Ecology Integrated Model*", Working Paper, Vrije Universiteit/Tinbergen Institute

Halicioglu, F. (2009), "An Econometric study of CO2 Emissions, Energy Consumption, Income and Foreign Trade in Turkey", *Energy Policy*, Vol. 37, No. 3, PP. 1156-1164.

Jobert, T. & Karanfil, F. (2007), "Sectoral Energy Consumption by Source and Economic Growth in Turkey", *Energy Policy*, Vol. 35, No. 11, PP. 5447-5456.

Lise, W. & Van Montfort, K.V. (2007). "Energy Consumption and GDP in Turkey: is there a Cointegration Relationship?", *Energy Economics*, Vol. 29, No. 6, PP. 1166-1178.

Maddison, A. (2001), "*The World Economy, a Millennial Perspective.*" Development Centre Studies, OECD, Paris.

Mohtadi, H. (1996), "Environment, Growth and Optimal Policy Design", *Journal of Public Economics*, Vol. 63, No. 1, PP. 119-140.

Perman, R. & Stern, D. I. (2001), "Sustainable Development, Growth Theory, Environmental Kuznets Curves and Discounting", *Encyclopedia of Life Support Systems*, UNESCO.

Romer, P. (1990), "Endogenous Technological Change", *Journal of Political Economy*, Vol. 98, PP. 71-101.

Scholz, C. & Ziemes. G. (1999). "Exhaustible Resources, Monopolistic Competition, and Endogenous Growth", *Environmental and Resource Economics*, Vol. 13, PP. 169–185.

Schultz, T. W. (1951). "A Framework for Land Economics – the Long View", *Journal of Farm Economics,* Vol. 33, PP. 204-215.

Smulders, S. & De Nooij, M. (2003), "The Impact of Energy Conservation on Technology and Economic Growth", *Resource and Energy Economics*, Vol. 25, PP. 59–79.

Stern, D. I. & Kander, A. (2010), "*The Role of Energy in the Industrial Revolution and Modern Economic Growth*", CAMA Working Papers.

Stiglitz, J. E. (1974), "Growth with Exhaustible Natural Resources: Efficient and Optimal Growth Paths", *Review of Economic Studies*, PP. 123-138.

Stiglitz, J. E. (1974), "Growth with Exhaustible Natural Resources: the Competitive Economy", *Review of Economic Studies*, PP. 139- 152.

Soytas, U. and Sari, R. (2003), "Energy Consumption and GDP: Causality Relationship in G7 Countries and Emerging Markets", *Energy Economics*, Vol. 25, No. 1, PP. 33-37.

Stern, D. I. (1993), "Energy and Growth in the USA: a Multivariate Approach", *Energy Economics*, Vol. 15, No. 2, PP. 137-150.

Su, J., S. Sha Wang and Q. Xiao Wang (2008), "Empirical Research on Factor Allocation in Economic Growth", Natural Science, Vol. 43, No. 10, PP. 36–40.

Tahvonen, O. and S. Salo (2001), "Economic Growth and Transitions Between Renewable and Nonrenewable Energy Resources", European Economic Review, Vol. 45, PP. 1379-1398.

Toman, M. A. and B. Jemelkova (2003) "Energy and economic development: An Assessment of the State of Knowledge", Energy Journal, Vol. 24, No. 4, PP. 93-112.

Uzawa, H. (1962) "Production functions with constant elasticities of substitution", Review of Economic Studies, Vol. 29, PP. 291-299.

Wrigley, E. A. (1988), "Continuity, Chance, and Change: The Character of the Industrial Revolution in England", Cambridge University Press, Cambridge.

Weiss, A. A. (1991), "Estimating non-linear dynamic models using least absolute error Estimation", Econometric Theory, Vol. 7, PP. 46-68.

Zellner, A. and N. S. Revankar (1969), "Generalized Production Functions", the Review of Economic Studies, Vol. 36, No. 2, PP. 241-250.

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

پیوست: حل مسئله بهینه سازی و محاسبه مسیر بهینه حرکت

در این قسمت حل ریاضی مسئله بهینه سازی و چگونگی یافتن مسیرهای بهینه مورد بررسی قرار گرفته است. هدف حداکثر کردن تابع رفاه اجتماعی است که به حال تنزیل شده است (رابطه ۱). در این الگو فرض شده است که مطلوبیت شخص تنها تابعی از مصرف می باشد. محدودیت های الگو در روابط ۲ تا ۴ آمده است.

$$W = Max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} Ln \frac{c_t}{p_t} dt \qquad (1a)$$

$$\dot{k} = y - c - p_n n - p_r r - \delta k \qquad (2a)$$

$$\dot{R} = -n \ , \ \int_0^{\infty} n_t \, dt = R_0 \qquad (3a)$$

$$y = A k^{\alpha} r^{\beta} n^{\gamma} \ , \ \theta = \alpha + \beta + \gamma \qquad (4a)$$

$$\frac{\dot{L}}{L} = \xi \qquad (5a)$$

به منظور حل مسئله بهینه سازی تابع همیلتونین را تشکیل می دهیم.

$$H = [Ln\, c - Ln\, p + \mu_1 (y - c - p_n n - p_r r - \delta k) + \mu_2 (y^{\delta_1 - \delta_2} n^{\delta_2} - \eta P) + \mu_3 (-n) + \mu_4 (i\, p_n)] e^{-\rho t}$$

که در این رابطه μ_1 , μ_2 به ترتیب قیمت های سایه ای سرمایه و منابع می باشند. به منظور سادگی در حل مسئله بهینه سازی با تغییر متغیر آمده در رابطه ۶ و ۷ تابع همیلتونین را به صورت جریان (رابطه ۸) می نویسیم.

$$\mu_1 = \lambda_1 e^{-\rho t} \Rightarrow \dot{\mu}_1 = \dot{\lambda}_1 e^{-\rho t} - \rho \lambda_1 e^{-\rho t} \Rightarrow \dot{\mu}_1 = (\dot{\lambda}_1 - \rho \lambda_1) e^{-\rho t} \qquad (6a)$$

$$\mu_2 = \lambda_2 e^{-\rho t} \Rightarrow \dot{\mu}_2 = \dot{\lambda}_2 e^{-\rho t} - \rho \lambda_2 e^{-\rho t} \Rightarrow \dot{\mu}_2 = (\dot{\lambda}_2 - \rho \lambda_2) e^{-\rho t} \qquad (7a)$$

$$H = [Ln\, c + \mu_1 (y - c - p_n n - p_r r - \delta k) + \mu_2 (-n)] e^{-\rho t} \qquad (8a)$$

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

در مسئله بهینه سازی متغیرهای کنترل، میزان مصرف انرژی‌های تجدید پذیر (r)، مصرف انرژی‌های فسیلی (n) و مصرف بخش خصوصی (c) می باشد. متغیرهای حالت انباشت سرمایه فیزیکی (k) و انباشت منابع فسیلی (R) می باشد. تابع همیلتون و شرایط اولیه در روابط ۹ تا ۱۳ آمده است.

$$\frac{\partial H}{\partial C}=0 \Rightarrow \frac{1}{c}-\lambda_1=0 \Rightarrow \frac{1}{c}=\lambda_1 \qquad (9a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial r}=0 \Rightarrow \lambda_1[\beta\frac{y}{r}-p_r]=0 \Rightarrow \beta\frac{y}{r}=p_r$$
$$\Rightarrow y=\frac{p_r r}{\beta} \Rightarrow r=\frac{\beta y}{p_r} \qquad (10a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial n}=0 \Rightarrow \lambda_1[\gamma\frac{y}{n}-p_n]-\lambda_2=0 \Rightarrow \lambda_1[\gamma\frac{y}{n}-p_n]=\lambda_2 \qquad (11a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial k}=\rho\lambda_1-\dot{\lambda}_1 \Rightarrow \lambda_1[\alpha\frac{y}{k}-\delta]=\rho\lambda_1-\dot{\lambda}_1 \qquad (12a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial R}=\rho\lambda_2-\dot{\lambda}_2 \Rightarrow 0=\rho\lambda_2-\dot{\lambda}_2 \Rightarrow \frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2}=\rho \qquad (13a)$$

در ادامه با توجه به روابط ۱ تا ۱۳ و با توجه به این فرض که نرخ رشد مصرف در حالت پایا صفر فرض می شود (رابطه ۱۴) خواهیم داشت.

$$\frac{\dot{c}}{c}=g_c=0 \qquad (14a)$$

از تابع تولید فرض شده در ابتدا لگاریتم و سپس مشتق می گیریم:

$$y=Ak^{\alpha}r^{\beta}n^{\gamma} \Rightarrow \frac{\dot{y}}{y}=\alpha\frac{\dot{k}}{k}+\beta\frac{\dot{r}}{r}+\gamma\frac{\dot{n}}{n} \qquad (15a)$$

با توجه به اینکه نرخ رشد مصرف در حالت پایا صفر فرض شده است و همچنین رابطه ۹ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{c}=\lambda_1 \Rightarrow -\ln c=\ln\lambda_1 \Rightarrow \frac{\dot{c}}{c}=-\frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} \xrightarrow{\frac{\dot{c}}{c}=0} \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1}=0 \qquad (16a)$$

$$\xrightarrow{10a} \frac{\dot{y}}{y}=\frac{\dot{r}}{r} \qquad (17a)$$

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

$$\xrightarrow{11a} \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} + \frac{(\gamma \frac{y}{n} - p_n)}{\gamma \frac{y}{n} - p_n} = \frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{(\gamma \frac{\dot{y}n - \dot{n}y}{n^2})}{\gamma \frac{y}{n} - p_n} = \rho \qquad (۱۸a)$$

$$\xrightarrow{12a} \lambda_1 [\alpha \frac{y}{k} - \delta] = \rho\lambda_1 - \dot{\lambda}_1 \Rightarrow [\alpha \frac{y}{k} - \delta] = \rho - \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow \alpha \frac{y}{k} - \delta = \rho \Rightarrow y = \frac{\rho + \delta}{\alpha} k \Rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} \qquad (۱۹a)$$

$$\Rightarrow k = \frac{\alpha}{\rho + \delta} y$$

$$\xrightarrow{15a,17a,19a} (\frac{1-\alpha-\beta}{\gamma}) \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{n}}{n} \qquad (۲۰a)$$

$$\Rightarrow (\frac{1-\alpha-\beta}{\gamma}) g_y = g_n \Rightarrow g_y = g_n (\frac{\gamma}{1-\alpha-\beta})$$

در روابط بالا نرخ رشد تولید g_y و نرخ رشد مصرف انرژی‌های فسیلی g_n فرض شده است.

$$\xrightarrow{18a\ ,\ 20a} \frac{(\gamma \frac{\dot{y}n - \dot{n}y}{n^2})}{\gamma \frac{y}{n} - p_n} = \rho \Rightarrow \frac{(\gamma \frac{g_y yn - g_n ny}{n^2})}{\gamma \frac{y}{n} - p_n} = \rho$$

$$\Rightarrow \gamma \frac{yn}{n^2} \frac{(g_y - g_n)}{\gamma \frac{y}{n} - p_n} = \rho \Rightarrow \gamma \frac{y}{n} \frac{(g_y - g_n)}{\gamma \frac{y}{n} - p_n} = \rho$$

(۲۱a)

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

$$\xrightarrow{4a,10a,19a} y = Ak^{\alpha} r^{\beta} n^{\gamma} \Rightarrow y = A(\frac{\alpha}{\rho+\delta} y)^{\alpha} (\frac{\beta y}{p_r})^{\beta} n^{\gamma}$$

$$\Rightarrow y^{1-\alpha-\beta} = A(\frac{\alpha}{\rho+\delta})^{\alpha} (\frac{\beta}{p_r})^{\beta} n^{\gamma}$$

$$\Rightarrow y = [A(\frac{\alpha}{\rho+\delta})^{\alpha} (\frac{\beta}{p_r})^{\beta}]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} n^{\frac{\gamma}{1-\alpha-\beta}} \qquad (۲۲a)$$

$$\Rightarrow \frac{y}{n} = [A(\frac{\alpha}{\rho+\delta})^{\alpha} (\frac{\beta}{p_r})^{\beta}]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} n^{\frac{\gamma+\alpha+\beta-1}{1-\alpha-\beta}}$$

$$\xrightarrow{21a} g_y - g_n = \rho(\frac{\gamma \frac{y}{n} - p_n}{\gamma \frac{y}{n}}) \Rightarrow g_y - g_n = \rho(1 - \frac{p_n}{\gamma} \frac{n}{y})$$

$$\xrightarrow{20a,22a} g_n(\frac{\gamma+\alpha+\beta-1}{1-\alpha-\beta}) = \rho\{1 - \frac{p_n}{\gamma}[A(\frac{\alpha}{\rho+\delta})^{\alpha} (\frac{\beta}{p_r})^{\beta}]^{-\frac{1}{1-\alpha-\beta}} n^{-\frac{\gamma+\alpha+\beta-1}{1-\alpha-\beta}}\}$$

$$\Rightarrow \frac{dn}{dt}(\frac{\gamma+\alpha+\beta-1}{1-\alpha-\beta}) = \rho(n - \frac{p_n}{\gamma}[A(\frac{\alpha}{\rho+\delta})^{\alpha} (\frac{\beta}{p_r})^{\beta}]^{-\frac{1}{1-\alpha-\beta}} n^{-\frac{\gamma+\alpha+\beta-1}{1-\alpha-\beta}+1})$$

(۲۳a)

تغییر متغیرهای زیر را اعمال می کنیم.

$$\varphi = \frac{\gamma+\alpha+\beta-1}{1-\alpha-\beta} \qquad (۲۴a)$$

$$\tau = \frac{p_n}{\gamma}[A(\frac{\alpha}{\rho+\delta})^{\alpha} (\frac{\beta}{p_r})^{\beta}]^{-\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \qquad (۲۵a)$$

$$\Rightarrow [A(\frac{\alpha}{\rho+\delta})^{\alpha} (\frac{\beta}{p_r})^{\beta}]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} = \frac{p_n}{\tau\gamma}$$

لازم به ذکر است که φ و τ تنها تابعی از پارامترهای الگو می باشند. در ادامه به حل معادله دیفرانسیل پرداخته و مقدار بهینه انرژی‌های فسیلی در تولید برق مورد محاسبه قرار گرفته است.

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

$$\xrightarrow{23a,24a,25a} \frac{dn}{dt} = \frac{\rho}{\varphi}(n - \tau n^{1-\varphi}) \Rightarrow \frac{dn}{n - \tau n^{1-\varphi}} = \frac{\rho}{\varphi} dt \Rightarrow \int_{n_0}^{n} \frac{dn}{n - \tau n^{1-\varphi}} = \int_0^t \frac{\rho}{\varphi} dt$$

$$\Rightarrow \frac{\ln(\tau n^{-\varphi} - 1)}{\varphi} + \ln(n) \Big]_{n_0}^{n} = \frac{\rho}{\varphi} t \Rightarrow \ln(\tau n^{-\varphi} - 1) + \varphi \ln(n) \Big]_{n_0}^{n} = \rho t$$

$$\Rightarrow \ln(\tau n^{-\varphi} - 1) + \ln(n^{\varphi}) \Big]_{n_0}^{n} = \rho t \Rightarrow \ln(\tau - n^{\varphi}) \Big]_{n_0}^{n} = \rho t \Rightarrow \ln(\frac{\tau - n^{\varphi}}{\tau - n_0^{\varphi}}) = \rho t$$

$$\Rightarrow \frac{\tau - n^{\varphi}}{\tau - n_0^{\varphi}} = e^{\rho t} \Rightarrow \tau - n^{\varphi} = (\tau - n_0^{\varphi}) e^{\rho t}$$

$$\Rightarrow n^{\varphi} = \tau - (\tau - n_0^{\varphi}) e^{\rho t} \Rightarrow n(t) = (\tau - (\tau - n_0^{\varphi}) e^{\rho t})^{\frac{1}{\varphi}}$$

$$n(t) = (\tau - (\tau - n_0^{\varphi}) e^{\rho t})^{\frac{1}{\varphi}} \qquad (۲۶a)$$

در ادامه مسیر بهینه تولید مورد محاسبه قرار گرفته است.

$$\xrightarrow{23a,24a} \frac{dn}{dt} = \frac{\rho}{\varphi}(n - \tau n^{1-\varphi}) \Rightarrow g_n = \frac{\rho}{\varphi}(1 - \tau n^{-\varphi}) \qquad (۲۷a)$$

$$\xrightarrow{20a,27a} g_y = \frac{\rho}{\varphi}(1 - \tau n^{-\varphi})(\frac{\gamma}{1-\alpha-\beta}) \qquad (۲۸a)$$

$$\xrightarrow{22a\,,\,25a} y = \frac{p_n}{\tau\gamma} n^{\frac{\gamma}{1-\alpha-\beta}} \Rightarrow n = (\frac{y\tau\gamma}{p_n})^{\frac{1-\alpha-\beta}{\gamma}} \Rightarrow n = y^{\frac{1-\alpha-\beta}{\gamma}} (\frac{\tau\gamma}{p_n})^{\frac{1-\alpha-\beta}{\gamma}} \qquad (۲۹a)$$

$$\omega = \frac{1-\alpha-\beta}{\gamma} \quad , \quad \varsigma = (\frac{\tau\gamma}{p_n})^{\frac{1-\alpha-\beta}{\gamma}} \qquad (۳۰a)$$

$$\xrightarrow{28a,30a} g_y = \frac{\rho}{\varphi\omega}(1 - \tau(\varsigma y^{\omega})^{-\varphi}) \qquad (۳۱a)$$

$$\xrightarrow{29a,30a} n = \varsigma y^{\omega} \qquad (۳۲a)$$

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

$$\xrightarrow{31a,32a} \dot{y} = \frac{\rho}{\varphi\omega}(y - \tau\varsigma^{-\varphi} y^{-\varphi\omega+1}) \Rightarrow \frac{dy}{(y - \tau\varsigma^{-\varphi} y^{1-\varphi\omega})} = \frac{\rho}{\varphi\omega} dt$$

$$\frac{\ln(\tau\varsigma^{-\varphi} - y^{\varphi\omega})}{\varphi\omega}\Bigg]_{y_0}^{y} = \frac{\rho}{\varphi\omega} t$$

$$\Rightarrow \frac{\ln(\tau\varsigma^{-\varphi} - y^{\varphi\omega})}{\varphi\omega} - \frac{\ln(\tau\varsigma^{-\varphi} - y_0^{\varphi\omega})}{\varphi\omega} = \frac{\rho}{\varphi\omega} t$$

$$\ln\left(\frac{\tau\varsigma^{-\varphi} - y^{\varphi\omega}}{\tau\varsigma^{-\varphi} - y_0^{\varphi\omega}}\right) = \rho t \Rightarrow \tau\varsigma^{-\varphi} - y^{\varphi\omega} = (\tau\varsigma^{-\varphi} - y_0^{\varphi\omega}) e^{\rho t}$$

$$\Rightarrow y^{\varphi\omega} = \tau\varsigma^{-\varphi} - (\tau\varsigma^{-\varphi} - y_0^{\varphi\omega}) e^{\rho t}$$

$$\Rightarrow y = [\tau\varsigma^{-\varphi} - (\tau\varsigma^{-\varphi} - y_0^{\varphi\omega}) e^{\rho t}]^{\frac{1}{\varphi\omega}} \qquad (۳۳a)$$

در ادامه مسیر بهینه استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر در تولید برق مورد محاسبه قرار گرفته است.

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]

$$\xrightarrow{10a,17a,31a} \frac{\dot{r}}{r} = \frac{\rho}{\varphi\omega}(1-\tau(\varsigma(\frac{p_r r}{\beta})^{\omega})^{-\varphi})$$

$$\Rightarrow \dot{r} = r\frac{\rho}{\varphi\omega}(1-\tau(\varsigma(\frac{p_r}{\beta})^{\omega} r^{\omega})^{-\varphi})$$

$$\Rightarrow \dot{r} = \frac{\rho}{\varphi\omega}(r-\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} r^{1-\varphi\omega})$$

$$\Rightarrow \frac{dr}{r-\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} r^{1-\varphi\omega}} = \frac{\rho}{\varphi\omega}dt$$

$$\Rightarrow \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r-\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} r^{1-\varphi\omega}} = \int_0^t \frac{\rho}{\varphi\omega}dt$$

$$\Rightarrow \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r-\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} r^{1-\varphi\omega}} = \int_0^t \frac{\rho}{\varphi\omega}dt$$

$$\frac{\ln(\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - r^{\varphi\omega})}{\varphi\omega}\Bigg]_{r_0}^{r} = \frac{\rho}{\varphi\omega}t \Rightarrow \ln(\frac{\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - r^{\varphi\omega}}{\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - r_0^{\varphi\omega}}) = \rho t$$

$$\Rightarrow \tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - r^{\varphi\omega} = (\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - r_0^{\varphi\omega})e^{\rho t}$$

$$\Rightarrow r^{\varphi\omega} = \tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - (\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - r_0^{\varphi\omega})e^{\rho t}$$

$$r = [\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - (\tau\varsigma^{-\varphi}(\frac{p_r}{\beta})^{-\varphi\omega} - r_0^{\varphi\omega})e^{\rho t}]^{\frac{1}{\varphi\omega}} \qquad (۳۴a)$$

[Downloaded from epprjournal.ir on 2026-11-22]